Лабораторная работа **№ 4. 27.10**

Исследование затухающих колебаний в колебательном контуре

Цель работы: изучение параметров и характеристик колебательного контура.
Приборы и принадлежности: кассета ФПЭ-10, преобразователь импульсов (кассета ФПЭ-ПИ), электронный осциллограф, звуковой генератор, магазин сопротивлений.

Теоретическое введение

Систему, которая состоит из последовательно соединенных конденсатора емкостью C, катушки индуктивности L и проводника с омическим сопротивлением R, называют *колебательным контуром* (рис. 1).

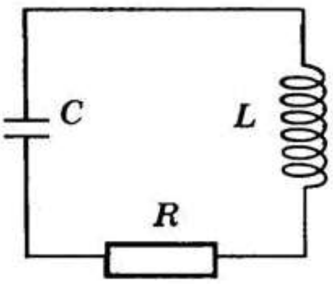

Рис.1.

Рассмотрим сначала идеализированный контур при $R = 0$ (рис. 2). .Пусть в начальный момент времени $t = 0$ от постороннего источника на обкладки конденсатора помещен заряд $\pm q_0$. Тогда между обкладками конденсатора возникает напряжение

$U = q_0/C$

и электрическое поле $\boldsymbol{E}$, энергия которого

$W_э = q_0^2/2C$.

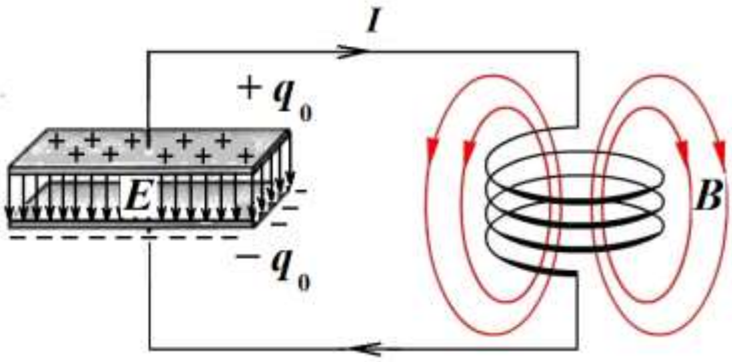

Рис. 2.

Если обкладки заряженного конденсатора соединить проводниками с катушкой L, то в цепи возникает разрядный ток I .

Поскольку ток в контуре начинает возрастать, то индуцируется электродвижущая сила (самоиндукции), равная

$$E_{si} = -L\frac{dI}{dt} ,$$

направление которой всегда таково, чтобы препятствовать изменению тока. Следовательно, ток самоиндукции на этом этапе направлен против нарастающего разрядного тока.

Так как активное сопротивление контура $R = 0$, то полная энергия, слагающаяся из энергий электрического и магнитного полей, не расходуется на нагревание проводов и по закону сохранения энергии остается постоянной

$$W = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = const \qquad (1)$$

Поэтому в момент времени $t = ¼\, T$, когда конденсатор разрядится, энергия электрического поля превращается в нуль, а энергия магнитного поля и ток достигают максимального значения. Следовательно, энергия электрического поля превратится в энергию магнитного поля.

В дальнейшие моменты времени магнитное поле будет исчезать, т. к. не имеется поддерживающих его токов. Это исчезающее поле вызовет ток самоиндукции, который в соответствии с законом Ленца будет стремиться поддержать ток разряда конденсатора и будет, следовательно, направлен в ту же сторону, что и ток разряда.

Магнитное поле катушки полностью превращается в электрическое поле конденсатора, напряженность которого приобретает противоположное направление по сравнению с начальным состоянием при $t = 0$.

Далее конденсатор снова разряжается. Возникает разрядный ток противоположного направления. Процессы в колебательном контуре повторяются в обратном направлении.

Время T, в течение которого конденсатор заряжается и разряжается, называется *периодом* собственных колебаний.

В ходе перезарядки конденсатора периодически изменяется (т.е. колеблется) ряд величин – заряд на обкладках q, напряжение на конденсаторе U_C, сила тока I.

*Колебания в колебательном контуре, которые сопровождаются взаимными превращениями энергии электрического и магнитного полей, называются **электромагнитными.***

В реальной цепи, где нельзя пренебречь потерями энергии на нагрев проводников (джоулево тепло), полная энергия будет убывать по закону :

$$dW = -I^2 R dt \tag{2}$$

Продифференцируем по времени выражение (1):

$$\frac{dW}{dt} = \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} + L\frac{IdI}{dt} = 0 \tag{3}$$

Подстановка (2) в уравнение (3) дает

$$-I^2 R = \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} + LI\frac{dI}{dt}. \tag{4}$$

Используя соотношение между зарядом и током $I = dq/dt$, получим

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0 \tag{5}$$

Уравнение (5) представляет собой линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Известны методы получения его решения; которое зависит от двух произвольных констант. В конкретной физической задаче эти константы определяются через начальные условия. Решением уравнения (5) является функция

$$q(t) = q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \tag{6}$$

где

$$\beta = \frac{R}{2L}\ , \tag{7}$$

называется *коэффициентом затухания* контура, а

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{8}$$

частотой затухающих колебаний, q_{m0} и α – постоянные, определяемые из начальных условий. При этом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Разделив (6) на емкость C, получим напряжение на конденсаторе

$$U = \frac{1}{C} q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \qquad (10)$$

Решение (10) представляет собой *затухающее колебание.* Величина

$$U_{m0} e^{-\beta t}$$

выражает амплитуду колебаний, которая уменьшается со временем по экспоненциальному закону.

График функции (10) показан на рис. 3. Пунктирными линиями показан закон уменьшения амплитуды со временем.

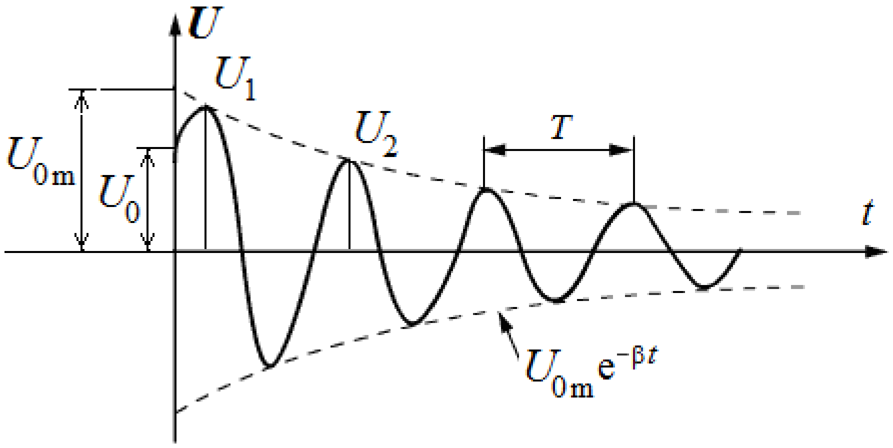

Рис. 3.

Заметим, что затухающие колебания, строго говоря, не являются гармоническими, т.к. в них никогда не повторяются, например, максимальные значения напряжения. В этом случае под амплитудой понимают наибольшее значение, которого достигает напряжение на протяжении одного периода колебаний.

Количественная характеристика быстроты затухания колебаний – *логарифмический декремент затухания* λ. Он равен натуральному логарифму отношения амплитуд напряжений, следующих друг за другом через интервал времени, равный периоду колебаний T (на рис. 3 U_1 и U_2):

$$\lambda = \ln\frac{U(t)}{U(t+T)} = \ln\frac{U_{0m}\ e^{-\beta t}}{U_{0m} e^{-\beta(t+T)}} = \ln(e^{\beta T}) = \beta T \qquad (11)$$

Из формулы периода (9) следует, что в контуре возможны затухающие колебания только в том случае, если ω > 0, т.е. $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{4L^2}$ (частота и период – действительные величины) или $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$.

При достаточно большом сопротивлении R или малой индуктивности L, т.е. если $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, колебания в контуре вообще не возникают, а происходит так называемый апериодический разряд конденсатора. Сопротивление, при котором частота ω обращается в нуль, называется ***критическим:***

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (12)$$

Описание установки и подготовка к работе

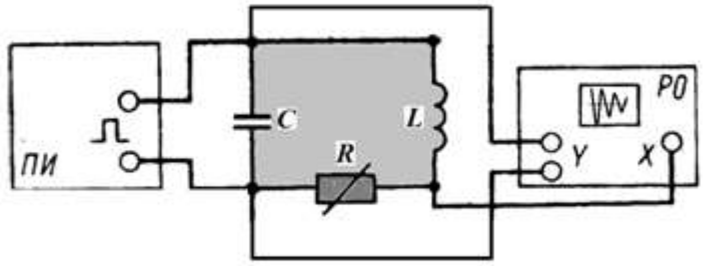

Рис. 4.

Для наблюдения затухающих колебаний в контуре, т.е. зависимости *U(t),* в работе используется электронный осциллограф (*PO* на схеме рис.4). Напряжение *U* с обкладок конденсатора колебательного контура подают на вход Y осциллографа.

С другой стороны колебательный контур подключен к генератору импульсов напряжения прямоугольной формы (на схеме обозначен *ПИ).*

В течение первой половины периода генератора импульсов напряжение *U* на конденсаторе равно ЭДС генератора импульсов. Через половину периода напряжение генератора становится равным нулю, и в колебательном контуре начинаются свободные затухающие колебания. Таким образом, затухающие колебания совершаются в промежутке между импульсами.

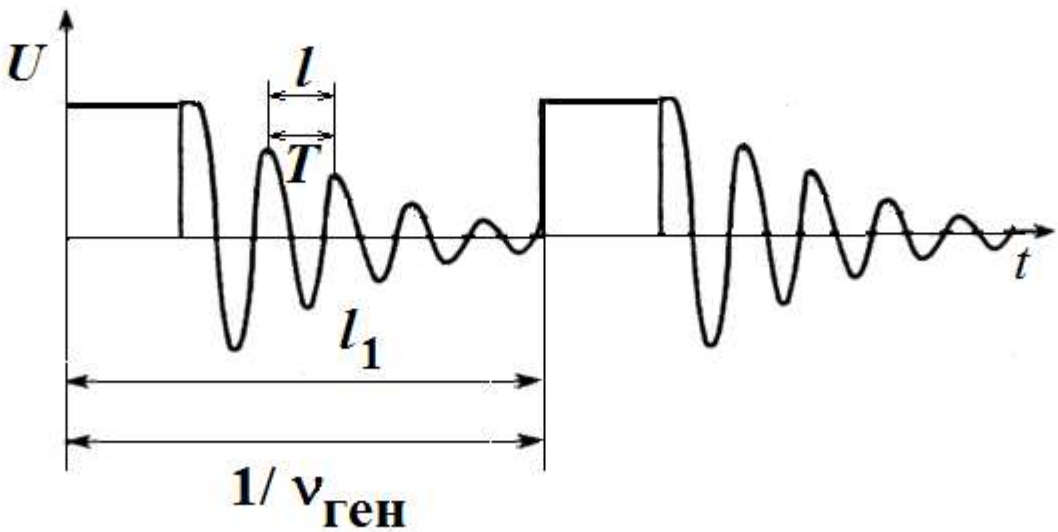

Рис. 5.

Осциллограмма напряжения на конденсаторе показана на рис. 5. При прохождении следующего импульса процессы заряда и разряда повторяются.

Цикл зарядки и разрядки конденсатора длится время, равное периоду задающего генератора $T_{\text{ген}} = (1/\nu_{\text{ген}})$ (с), где $\nu_{\text{ген}}$– частота, задаваемая звуковым генератором. На экране осциллографа ему соответствует отрезок l_1 делений сетки. Это позволяет определить период T затухающих колебаний, которому на рис. 5 соответствует отрезок l. Составим пропорцию:

$$\frac{1}{\nu_{ген}}(секунд) - l_1(\text{делений})$$
$$T(секунд) - l(делений)$$

Из пропорции получаем период T затухающих колебаний

$$T = \frac{l}{\nu_{\text{ген}} l_1} \text{ (с)} \qquad (13)$$

Порядок выполнения работы

На стенде уже собрана электрическая схема (рис. 6), состоящая из кассеты ФПЭ–10 с вмонтированными на ней элементами схемы, источника питания (ИП), преобразователя импульсов (ПИ), магазина сопротивлений (МС), осциллографа РО и звукового генератора PQ.

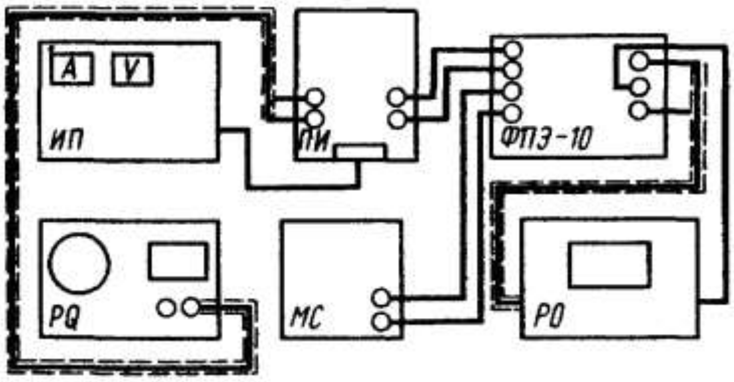

Рис. 6.

1. Включите лабораторный стенд и приборы и установите следующие параметры выходного напряжения звукового генератора: частота 250 Гц, напряжение 2–3 В.

2. На преобразователе импульсов нажать клавишу «П» и правую клавишу «Скважность грубо».

3. Ручку магазина сопротивлений поставить в положение «1» и нажать клавишу «х10^2».Тем самым установлено значение R_M = 100 Ом.

4. Получите на экране осциллографа РО устойчивую картину 1 – 2 периодов затухающих колебаний (рис. 5).

При необходимости изменяйте частоту следования импульсов плавным изменением частоты звукового генератора так, чтобы затухание колебаний было достаточно полным. Вращая ручку СКВАЖНОСТЬ преобразователя импульсов, добейтесь, чтобы спад импульсов не искажал кривой первого периода затухающих колебаний.

После проверки схемы преподавателем приступите к выполнению заданий.

Измерения

Задание 1. Измерение периода T , логарифмического декремента λ и параметров R, L колебательного контура

1. Измерьте в делениях сетки осциллографа **период** затухающих колебаний l_1 и расстояние между соседними импульсами l (рис. 5). Рассчитайте период затухающих колебаний в секундах по формуле (13).

Запишите данные в табл. 1.

Таблица 1

R_M, Ом	T	U_1	U_2	U_3	λ	β	R_L	L	$R_{КР}$
100									
200									
300									

2. Измерить в делениях сетки амплитуды колебаний U_1 , U_2 , U_3 и, комбинируя их попарно, вычислить по формуле $\lambda = \ln\frac{U_1}{U_2}$ ***логарифмический декремент*** затухания λ для каждой пары значений. Найти среднее значение $\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$ и записать его в таблицу.

По формуле $\beta = \frac{\lambda}{T}$ определить коэффициент затухания β и также занести его в таблицу. 3. Полное сопротивление контура R складывается из сопротивления R_L катушки индуктивности и сопротивления магазина $R_м$.: $R = R_L + R_M$

Постройте **график** зависимости логарифмического декремента λ от сопротивления магазина R_M и продлите график до пересечения с осью абсцисс (рис. 7).

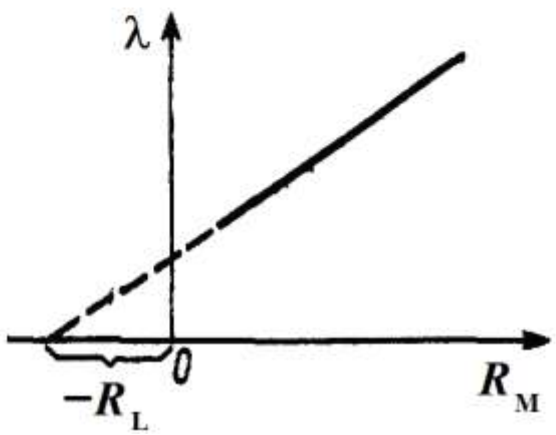

Рис. 7.

Отрезок R_L *равен по модулю сопротивлению катушки колебательного контура.*
Действительно, так как

$$\lambda = \beta T = \frac{R}{2L}T,$$

то λ обращается в нуль при ***полном сопротивлении контура***, равном нулю:

$$R = R_M + R_L = 0,$$

откуда

$$R_M = -R_L,$$

что и следует из графика.

8. Используя данные табл. 1, рассчитайте ***индуктивность катушки*** L. Так как

$$\beta = \frac{R_M + R_L}{2L}, \text{ то } L = \frac{R_M + R_L}{2\beta}.$$

4. Критическое сопротивление контура R кр находят, увеличивая сопротивление магазина сопротивлений R_M.

Признаком выхода **на режим апериодического** разряда конденсатора является получение кривой U(t), не содержащей колебаний. ***Запишите значение*** сопротивления магазина R **кр**, при котором начинается **апериодический разряд конденсатора**.

5. Используя значение емкости C = 0,1 мкФ конденсатора и индуктивности L из п.8, **вычислите** критическое сопротивление R **кр расчет** контура по формуле (12):

$$R_{кр\,расчет} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

6. Сопоставьте рассчитанное (п.5) и опытное (п.4) значения критического сопротивления.

Контрольные вопросы

1. При каких условиях свободные электромагнитные колебания в колебательном контуре будут незатухающими?

2.. Какие колебания называются затухающими? Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.

3. Можно ли затухающие колебания рассматривать как периодические колебания?

4. Каким образом в данной работе происходит возбуждение колебаний в колебательном контуре?

5. При каком условии колебательный процесс в контуре переходит в апериодический?

Література

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. – К.: Техніка, 2001. – Т.2. с. 389 – 392.

2.Савельев И.В. Курс физики. М.: Наука, 1989. Т.2. §71.

Составили И.П.Гаркуша, Л.И.Барташевская